

Concursul de matematică aplicată Adolf Haimovici
Profilul uman (filologie, științe sociale) etapa locală – 21 februarie 2016
Clasa a X –a
Barem de corectură

Subiectul 1		
a.	$x + \frac{1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{x} \geq 0$ oricare ar fi $x > 0$	2p
b.	$\log_a ab + \log_b ab = \log_a a + \log_a b + \log_b a + \log_b b =$ $= 2 + \log_a b + \log_b a$	2p
	Dar $\log_a b + \log_b a = \log_a b + \frac{1}{\log_a b}$	1p
	Pentru $a, b \in (0, 1)$ sau $a, b \in (1, +\infty)$ avem $\log_a b > 0$ Deci $\log_a b + \frac{1}{\log_a b} \geq 2$	1p
	$2 + \log_a b + \log_b a \geq 4$	1p
Subiectul 2		
a.	$(a - \sqrt{2})^2 + (b + 2\sqrt{2})^2 + (c - 3\sqrt{2})^2 - a^2 - b^2 - c^2 =$ $= -2\sqrt{2}a + 2 + 4\sqrt{2}b + 8 - 6\sqrt{2}c + 18 =$ $= -2\sqrt{2}(a - 2b + 3c) + 28 = -2\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} + 28 = 0$	3p
b.	$2\lg(x - 12y) = \lg x + \lg y \Leftrightarrow$ $\lg(x - 12y)^2 = \lg xy \Leftrightarrow$	1p

	$\Leftrightarrow x^2 - 24xy + 144y^2 = xy \Leftrightarrow x^2 - 25xy + 144y^2 = 0$	1p
	$\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 25\left(\frac{x}{y}\right) + 144 = 0$	1p
	Notăm $\frac{x}{y} = t, t > 0$, obținem $t^2 - 25t + 144 = 0$ De unde $t_1 = 16, t_2 = 9$	1p
Subiectul 3		
a	$A = \frac{\sqrt{1} - \sqrt{3}}{-2} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{-2} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{-2} + \dots$ $+ \frac{\sqrt{2015} - \sqrt{2017}}{-2} = \frac{\sqrt{2017} - 1}{2}$	2p
	$(\sqrt{2017} + 1) \cdot A = \frac{2017 - 1}{2} = 1008$	1p
b	$E = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{2 \cdot n(n+1)}{2n^2}}$	2p
	$E = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{n+1}{n}} = \sqrt{\frac{n^2 + 2n + 1}{n^2}} = \frac{n+1}{n} \in \mathbb{Q}$	2p
Subiectul 4		
	$a = \log_{25} 15 = \frac{1}{2}(\log_5 3 + 1)$	1p

	$b = \frac{\log_5 27}{\log_5 45}$	1p
	$b = \frac{3\log_5 3}{2\log_5 3 + 1}$	1p
	$a < b \Leftrightarrow 2\log_5^2 3 + 3\log_5 3 + 1 < 6\log_5 3 \Leftrightarrow$	1p
	$\Leftrightarrow 2\log_5^2 3 - 3\log_5 3 + 1 < 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (2\log_5 3 - 1)(\log_5 3 - 1) < 0 \Leftrightarrow$	1p
	$\Leftrightarrow (\log_5 9 - 1)(\log_5 3 - 1) < 0$ adevărat pentru că $\log_5 9 > \log_5 5 \Leftrightarrow \log_5 9 - 1 > 0$ și $\log_5 3 < \log_5 5 \Leftrightarrow \log_5 3 - 1 < 0$ de unde obținem $(\log_5 9 - 1)(\log_5 3 - 1) < 0$ adevărat	2p